CAMP GRAVITATORI. EXERCICIS DE SELECTIVITAT. Curs 1998-1999 fins Curs 2000-2001

1. ***(Q1 Sèrie 2 PAAU.LOGSE Curs 1998 1999).*** A quina altura sobre la superfície de la Terra l'acceleració de la gravetat es redueix a la meitat?
   (Radi de la Terra = 6.400 km.)

2. ***(P1 Sèrie 1 PAAU.LOGSE Curs 1999 2000).*** Un satèl·lit de $2 \cdot 10^3$ kg de massa gira al voltant de la Terra en una òrbita circular de $2 \cdot 10^4$ km de radi.
   a) Sabent que la gravetat a la superfície de la Terra val $g_0 = 9{,}8$ m · s^{-2}, quin serà el valor de la gravetat en aquesta òrbita?
   b) Quant val la velocitat angular del satèl·lit?
   c) Si per alguna circumstància la velocitat del satèl·lit es fes nul·la, aquest començaria a caure sobre la Terra. Amb quina velocitat arribaria a la superfície terrestre? Suposeu negligible l'efecte del fregament amb l'aire.
   Dada: Radi de la Terra: $R_T = 6.370$ km.

   Solució:

   P1.- a) $g/g_0 = R_T^2/r^2 \Rightarrow g = 9{,}8\,[6370/2\cdot 10^4]^2 = 0{,}99$ m/s^2

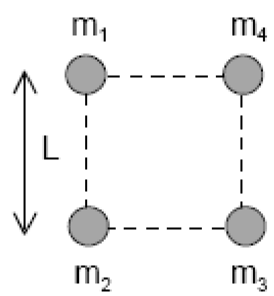
   b) $m\,\omega^2 r = m\,g \Rightarrow \omega = [0{,}99/2\cdot 10^7]^{1/2} = 2{,}23\cdot 10^{-4}$ rad/s

   c) $mv^2/2 - G\,M_T m/R_T = -\,G\,M_T m/r$ (0,5 punts)

   $\rightarrow v = [2\,g_0 R_T^2\,(R_T^{-1} - r^{-1})]^{1/2} = 9224$ m/s (0,5 punts)

3. ***(P2 Sèrie 3 Opció A PAAU.LOGSE Curs 1999 2000).*** Un satèl·lit artificial de 2.000 kg de massa gira en òrbita circular al voltant de la Terra a una altura $h_1 = 1.300$ km sobre la seva superfície. A causa del petit fregament existent s'acosta a la Terra lentament i, després d'uns mesos, l'altura sobre la superfície terrestre de la seva òrbita circular s'ha reduït fins a $h_2 = 200$ km. Es demana:
   a) La relació g_1/g_2 entre els valors del camp gravitatori terrestre en cadascuna de les dues òrbites circulars.
   b) La relació v_1/v_2 entre les velocitats del satèl·lit en cadascuna d'aquestes dues òrbites.
   c) L'energia potencial del satèl·lit en la segona òrbita.
   Dades: $R_T = 6{,}4 \cdot 10^6$ m; $M_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

4. ***(P2 Sèrie 4 Opció B PAAU.LOGSE Curs 2000 2001).*** Quatre masses puntuals estan situades als vèrtexs d'un quadrat, tal com es veu a la figura. Determineu:
   a) El mòdul, direcció i sentit del camp gravitatori creat per les quatre masses en el centre del quadrat.
   b) El potencial gravitatori en aquest mateix punt.
   c) Si col·loquem una massa M = 300 kg en el centre del quadrat, quant valdrà la força sobre aquesta massa deguda a l'atracció gravitatòria del sistema format per les 4 masses? Indiqueu quines són les components horitzontal i vertical d'aquesta força.
   Dades: $m_1 = m_2 = m_3 = 100$ kg; $m_4 = 200$ kg; L = 3 m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.



Solució 1:

P2.- a) $d=(18)^{1/2}/2$; $g=g_4 - g_2 = G(m_4 - m_2)/d^2 = \mathbf{1{,}48\cdot10^{-9}\ N/kg}$

direcció: **diagonal** del quadrat **;** sentit: **de m_2 a m_4**

b) $V = -3Gm_1/d - Gm_4/d = \mathbf{-1{,}57\cdot10^{-8}\ J/kg}$

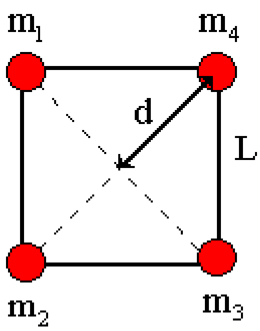
c) $\vec{F} = M\,g\,(\cos 45, \sin 45) = \mathbf{(3{,}14\cdot10^{-7}, 3{,}14\cdot10^{-7})\ N}$

Solució 2:

a. **El mòdul, direcció i sentit del camp gravitatori creat per les quatre masses en el centre del quadrat.**

Per calcular el camp gravitatori al centre del quadrat, haurem de calcular la distància **d** de cada massa al centre. Segons la figura:

$$d^2 + d^2 = L^2 \Rightarrow d = \frac{L}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2{,}12\ \mathrm{m}$$

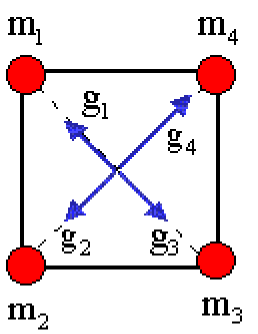


El mòdul del camp gravitatori creat per cadascuna de les masses el podem calcular com:

$$g_1 = g_2 = g_3 = G\frac{m_1}{d^2} = \mathbf{1{,}48\cdot10^{-9}}\ \mathrm{N/kg}$$

$$g_4 = G\frac{m_4}{d^2} = 2{,}96\cdot10^{-9}\ \mathrm{N/kg}$$

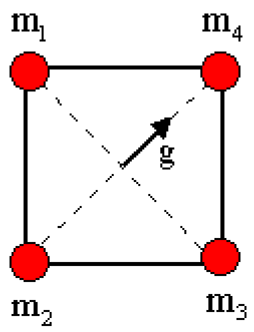
La direcció i sentit d'aquests camps serà el representat a la següent figura:



Veiem que els camps g_1 i g_3 s'anul·len entre ells, de manera que el camp gravitatori total serà:

$$g = g_4 - g_2 = 1{,}48 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{N/kg}$$

i anirà dirigit segons es mostra a la següent figura:



b. **El potencial gravitatori en aquest mateix punt.**

El potencial gravitatori que creen cadascuna de les 4 masses serà:

$$V_1 = V_2 = V_3 = -G\frac{m_1}{d} = -3{,}14 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

$$V_4 = -G\frac{m_4}{d} = -6{,}28 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

de manera que el potencial total serà:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = -1{,}57 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{J/kg}$$

c. **Si col·loquem una massa $M = 300\,\mathrm{kg}$ en el centre del quadrat, quant valdrà la força sobre aquesta massa deguda a l'atracció gravitatòria del sistema format per les 4 masses? Indiqueu quines són les components horitzontal i vertical d'aquesta força.**

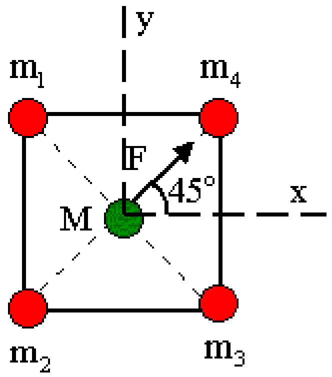
d. **La força que actuarà sobre la massa M la podem calcular a partir del camp gravitatori determinat a l'apartat a, segons:**

$$F = M\,g = 4{,}47 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

Aquesta força tindrà dues components, una vertical i una horitzontal, que valdran:

$$F_x = F\cos 45^\circ = 3{,}14 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

$$F_y = F\sin 45^\circ = 3{,}14 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$



1. **(PAAU-COU, juny 2001 Q3).Dos satèl·lits idèntics descriuen òrbites circulars al voltant de la Terra. Si el radi del primer (R1) és més gran que el del segon (R2), quin dels dos satèl·lits anirà a mès velocitat? Raoneu la resposta**

Solució

Perquè qualsevol dels satèl·lits es trobi en òrbita circular al voltant de la Terra cal que la força d'atracció gravitatòria i la força centrífuga tinguin el mateix mòdul:

$$\frac{GM_T m}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

Aïllant la velocitat resulta:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

Aplicant ara aquesta fórmula a cadascun dels dos satèl·lits i dividint-ne les expressions que s'obtenen arribem a la relació:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Veiem doncs que si $R_1 > R_2$ llavors $v_1 < v_2$, ja que la velocitat és inversament proporcional a l'arrel quadrada del radi. El satèl·lit que gira a una distància més petita de la Terra anirà a més velocitat.

2. **(PAAU-COU, setembre 2000 Q). Si el radi de la Terra fos la meitat de l'actual i la massa la tercera part, quant valdria la gravetat en els punts propers a la superfície terrestre?**

Solució

El valor de la gravetat en els punts propers a la superfície el podem expressar com:

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

sent M_T, R_T la massa i el radi de la Terra, i **G** la constant de gravitació universal.

Si el radi de la Terra fos la meitat i la massa la tercera part dels valors actuals, la nova gravetat valdria:

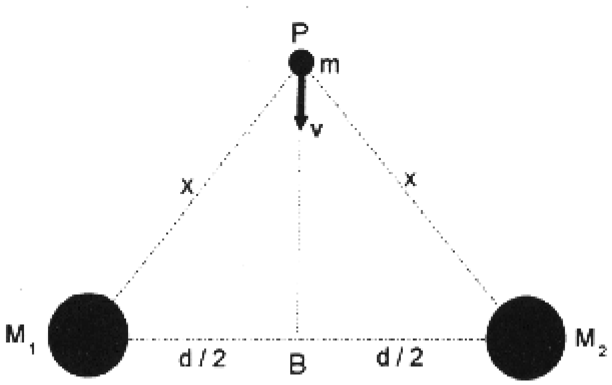
$$g' = G\frac{M_T/3}{\left(R_T/2\right)^2} = \frac{4}{3}G\frac{M_T}{R_T^2} = \frac{4}{3}g$$

3. **P. Una massa m es mou en el camp gravitatori creat per dues masses (M1 i M2) fixes i separades una distància d. Quan m es troba al punt P, a una distància x de M1 i M2, té una velocitat en la direcció i el sentit indicats a la figura. Si m = 103 kg, M1 = M2 = 1024 kg, d= 8.108 m, x = 5.108 m, v = 200 m/s, calculeu:**

   a) La forca (en mòdul, direcció i sentit) sobre m quan es troba en el punt P.

   b) El mòdul de la velocitat que porta m quan passa pel punt B.

   Dada: G = 6,673 10^{-11} N m^2 /kg^2



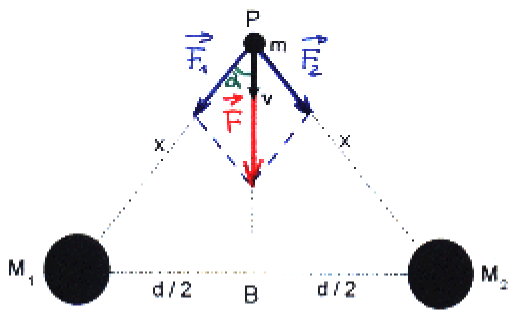
Solució

a) En el punt P, les forces que actuen sobre el cos de massa m són iguals en mòdul:

$$M_1 = M_2 = M$$

$$F_1 = F_2 = G\frac{M\cdot m}{x^2} = 6{,}673\,10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}\,\frac{10^{24}kg\cdot 10^3 kg}{5\cdot 10^8 m^2} = 0{,}27N$$

Els components horitzontals de les dues forces són iguals (definim la direcció M_1-M_2 com la direcció horitzontal) i de signe oposat. Els components verticals són iguals i del mateix signe. La resultant és vertical i val:



F = 2· F_1 · cosα = 2· F_2 · cosα = 0,324 N

on:

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{x^2 - (d/2)^2}}{x} = \frac{3}{5}$$

b) No hi ha cap més força actuant sobre la partícula que les gravitatòries, l'energia total és mantindrà constant:

$$E = E_{cinètica} + E_{potencial} = constant = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_1 m}{x} - G\frac{M_2 m}{x} = \frac{1}{2}mv^2 - 2\cdot G\frac{Mm}{x}$$

$$\frac{1}{2}mv_P{}^2 - 2\cdot G\frac{Mm}{x_P} = \frac{1}{2}mv_B{}^2 - 2\cdot G\frac{Mm}{x_B}$$

$$v_B = 2\sqrt{\frac{1}{2}v_P{}^2 + 2\cdot G\cdot M\left[\frac{1}{x_B} - \frac{1}{x_P}\right]} = 417 m/s$$

4. **P1. Un satèl·lit artificial de 100 kg de massa s'eleva fins a una certa altura H de la superfície terrestre. En aquesta posició s'encenen els coets propulsoris, que li comuniquen una velocitat de 7.000 m/s, de forma que el satèl·lit descriu òrbites circulars. Calculeu:**

   a. **L'altura *H* de les òrbites del satèl·lit respecte de la superfície de la Terra.**
   b. **L'acceleració del satèl·lit en la seva trajectòria i el temps que tarda a fer deu òrbites completes**
   c. **L'energia mecànica del satèl·lit**

Dades: $G = 6,7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2 kg^{-2}}$; $R_T = 6,4 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$

Solució

a → Quan el satèl·lit descriu òrbites circulars al voltant de la Terra, la força d'atracció gravitatòria ha de ser igual a la força centrífuga:

$$F_{grav} = F_{cent} \Rightarrow G\frac{M_T\, m}{\left(R_T + H\right)^2} = m\frac{v^2}{\left(R_T + H\right)}$$

on H és l'altura respecte a la superfície de la Terra, que podem aïllar segons:

$$H = \frac{G M_T}{v^2} - R_T = 1,8 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

b → El satèl·lit descriu un moviment circular uniforme, de manera que la seva acceleració és l'acceleració normal:

$$a_n = \frac{v^2}{\left(R_T + H\right)} = 6\ \mathrm{m/s^2}$$

Per calcular el temps que triga a fer deu òrbites completes, determinarem primer el període del seu moviment:

$$T = \frac{2\pi\left(R_T + H\right)}{v} = 6463\ \mathrm{s}$$

per tant el temps que triga en recórrer 10 òrbites completes serà:

$$t = 10 \cdot T = 73600\ \mathrm{s} \simeq 20,5\ \ hores$$

c → L'energia mecànica del satèl·lit serà suma de l'energia cinètica més l'energia potencial gravitatòria:

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m v^2 - G\frac{M_T\, m}{\left(R_T + H\right)} = -2,45 \cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

on hem fixat l'origen d'energia potencial gravitatòria a l'infinit.

5. P. Un satèl·lit de 1.000 kg de massa descriu una òrbita circular de 8.000 km de radi al voltant de la Terra.

4.1. Quant val la velocitat lineal del satèl·lit?

En un instant determinat el satèl·lit explota i es fragmenta en dues masses de 200 kg i 800 kg. Inmediatament després de l'explosió, la velocitat de la més petita és nul·la.

4.2. Quina serà la velocitat de l'altra massa?

4.3. Amb quina velocitat arribarà la massa de 200 kg a la superfície de la Terra?

Dades: $R_T = 6.400\ \text{km}; \quad M_T = 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}; \quad G = 6,7 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$

Solució

a. **Quant val la velocitat lineal del satèl·lit?**

El satèl·lit descriurà una òrbita circular estable mentre la força centrífuga i la força d'atracció gravitatòria tinguin el mateix mòdul:

$$F_c = F_g \quad \Rightarrow \quad \frac{mv^2}{r} = G\frac{M_T\, m}{r^2}$$

Llavors, la velocitat lineal del satèl·lit ve donada per:

$$v = \sqrt{\frac{G\, M_T}{r}} = \sqrt{\frac{\left(6,7 \cdot 10^{-11}\right)\left(6 \cdot 10^{24}\right)}{8 \cdot 10^6}} = 7088,7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Quina serà la velocitat de l'altra massa?

Pel principi de conservació del moment lineal:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad \Rightarrow \quad m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m\vec{v}$$

Com que $v_1 = 0$ podem treballar amb els mòduls dels moments lineals:

$$m_2 v_2 = m\, v \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{m\, v}{m_2} = \frac{(1000)(7088,7)}{800} = 8860,9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c. Amb quina velocitat arribarà la massa de 200 kg a la superfície de la Terra?

L'energia cinètica inicial de la massa petita és zero i la seva energia potencial gravitatòria val:

$$U_i = -G\frac{M_T m_1}{r} = -\left(6{,}7\cdot 10^{-11}\right)\frac{\left(6\cdot 10^{24}\right)(200)}{8\cdot 10^{6}} = -1{,}005\cdot 10^{10}\ \text{J}$$

Quan arriba a la superfície de la Terra la massa té una energia potencial gravitatòria:

$$U_f = -G\frac{M_T m_1}{R_T} = -\left(6{,}7\cdot 10^{-11}\right)\frac{\left(6\cdot 10^{24}\right)(200)}{6{,}4\cdot 10^{6}} = -1{,}256\cdot 10^{10}\ \text{J}$$

Com que la força gravitatòria és conservativa, tenim pel principi de conservació de l'energia:

$$E_{cf} + U_f = \underbrace{E_{ci}}_{=0} + U_i \quad \Rightarrow \quad E_{cf} = U_i - U_f \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = U_i - U_f$$

Per tant, la massa petita arribarà a la superfície de la Terra amb una velocitat:

$$v_{1f} = \sqrt{\frac{2\left(U_i - U_f\right)}{m_1}} = \sqrt{\frac{2\left(0{,}251\cdot 10^{10}\right)}{200}} = 5010\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

6. P. Un satèl·lit de 100 kg està en òrbita equatorial al voltant de la Terra a una altura de 1000 km. Calculeu:

a) La velocitat que té el satèl·lit.
b) Quant triga a passar pel mateix punt de la vertical de la Terra (tingueu en compte el moviment de rotació diürn).
c) L'energia total que té en l'òrbita.

Dades: $G = 6.67\cdot 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$; radi de la Terra 6370 *km*; massa de la Terra: $5.98\cdot 10^{24}\ kg$

Solució

a) La velocitat que té el satèl·lit.
La força centrípeta que fa girar el satèl·lit és la força d'atracció gravitatòria entre la Terra i el satèl·lit. Així, doncs, podem escriure:

$$\left.\begin{array}{l} F_{grav} = G\dfrac{Mm}{r^2} \\ F_{centr} = m\dfrac{v^2}{r} \end{array}\right\} F_{grav} = F_{centr} \;\Rightarrow\; G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

on M és la massa de la Terra, m la massa del satèl·lit, v la seva velocitat i r la distància entre el centre de masses de la Terra i el centre de masses del satèl·lit $\left(r = R + h = 7370\cdot 10^3\ m\right)$. Operant obtenim:

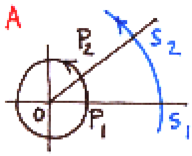
$$v = \left(G\frac{M}{r}\right)^{1/2} = 7.35\cdot 10^3\ m/s$$

b) Quant triga a passar pel mateix punt de la vertical de la Terra (tingueu en compte el moviment de rotació diürn).

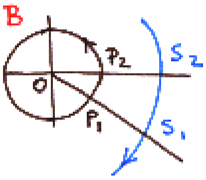
Tenim dues possibles solucions, depenent de si la Terra i el satèl·lit giren en el mateix sentit (opció A), o bé de si giren en sentits contraris (opció B).

Calculem les velocitats angulars de la Terra i del satèl·lit.

$$\begin{cases} \omega_T = \dfrac{2\pi}{1dia} = 7.27\cdot 10^{-5}\ rad/s \\ \omega_s = \dfrac{v}{r} = \dfrac{7.35\cdot 10^3}{7370\cdot 10^3} = 9.97\cdot 10^{-4}\ rad/s \end{cases}$$



$$\varphi_s - \varphi_T = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_s t - \omega_T t = 2\pi \quad \Rightarrow \quad t = 6798\ s$$



$$\varphi_s + \varphi_T = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_s t + \omega_T t = 2\pi \quad \Rightarrow \quad t = 5874\ s$$

c) L'energia total que té en l'òrbita.

L'energia total serà la suma de l'energia potencial gravitatòria i l'energia cinètica.

$$E = E_G + E_C = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

Substituint valors obtenim:

$$E = -2.71\cdot 10^{12}\ J$$

El fet que l'energia surti negativa ens indica que el satèl·lit està lligat a la Terra, no es pot escapar de l'atracció gravitatòria.

7. Q. Un meteorit de 3.000 kg de massa es troba en repòs a una distància del centre de la Terra igual a nou vegades el seu radi (r=9RT). Amb quina energia cinètica arribaria a la superfície terrestre si el fregament amb l'atmosfera fos negligible?

Dades: R_T=6.400 km; M_T=5,98·10^{24} kg; G=6,673·10^{-11} N·m^2/kg^2

Solució

Quan el meteorit és a nou vegades el radi de la Terra la seva energia cinètica és zero i la seva energia potencial gravitatoria val:

$$U_i = -\frac{GM_Tm}{9R_T} = -\frac{\left(6,673\cdot 10^{-11}\right)\cdot\left(5,98\cdot 10^{24}\right)\cdot(3000)}{9\cdot\left(6,4\cdot 10^{6}\right)} = 2,08\cdot 10^{10}\ J$$

D'altra banda, quan el meteorit arriba a la superfície terrestre ho fa amb una energia cinètica T_f i la seva energia potencial gravitatòria val:

$$U_f = -\frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{\left(6{,}673\cdot 10^{-11}\right)\cdot\left(5{,}98\cdot 10^{24}\right)\cdot\left(3000\right)}{\left(6{,}4\cdot 10^{6}\right)} = 1{,}87\cdot 10^{11}\ \mathrm{J}$$

Finalment, pel principi de conservació de l'energia tenim que:

$$U_i = T_f + U_f \quad \Rightarrow \quad T_f = U_i - U_f = \left(-2{,}08\cdot 10^{10}\right) - \left(-1{,}87\cdot 10^{11}\right) = 1{,}662\cdot 10^{11}\ \mathrm{J}$$

Com a curiositat, tenint en compte que $T_f = \frac{1}{2} m v_f^2$, això representa que el meteorit arribaria a la superfície de la Terra amb una velocitat:

$$v_f = \sqrt{\frac{2T_f}{m}} = 10526\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 37894\ \mathrm{km/h}$$

8. P. Considereu un cos de massa M=50 kg situat a la superfície de la Terra.

a. Calculeu el treball que s'ha de fer per pujar el cos fins a una altura igual al radi de la Terra $(h = R_T)$.

b. Quant valdria aquest treball si l'acceleració de la gravetat fos constant i igual al seu valor g_0 a la superfície terrestre?

c. Quina és la velocitat mínima amb què s'ha de llançar el cos cap amunt perquè arribi a aquesta altura $(h = R_T)$? Suposeu negligibles els efectes de fricció amb l'aire.

Dades:

$R_T = 6400\,\mathrm{km};\ g_0 = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$

Solució

a. **Calculeu el treball que s'ha de fer per pujar el cos fins a una altura igual al radi de la Terra $(h = R_T)$.**

El cos, de massa **M**, estarà sotmès a la força gravitatòria terrestre, que com a força conservativa que és, té una energia potencial associada definida segons:

$$U = -G\frac{M_T\cdot M}{r} = -G\frac{M_T\cdot M}{R_T + h}$$

sent M_T, R_T la massa i el radi de la Terra, i **h** l'altura del punt comptada a partir de la superfície terrestre.

El treball realitzat per la força gravitatòria, es pot calcular a partir de la diferència d'energia potencial gravitatòria, segons:

$$W = -\Delta U = -(U_{fin} - U_{ini}) = U_{ini} - U_{fin}$$
$$W = -G\frac{M_T \cdot M}{R_T} + G\frac{M_T \cdot M}{2R_T} = -G\frac{M_T \cdot M}{2R_T}$$

A partir de les dades que ens dona l'enunciat del problema podem calcular:

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2 = 4{,}01 \cdot 10^{14}\ \frac{Nm^2}{kg}$$
$$W = -1{,}56 \cdot 10^9\ J$$

b. **Quant valdria aquest treball si l'acceleració de la gravetat fos constant i igual al seu valor g_0 a la superfície terrestre?**

Si considerem que l'acceleració de la gravetat és constant i igual al valor g_0 de la superfície, l'energia potencial gravitatòria de la massa **M** es pot expressar com:

$$U = M g_0 h$$

on **h** és l'altura del punt comptada a partir de la superfície terrestre, nivell que es pren com a origen d'energies potencials.
Per tant el treball realitzat en aquesta cas serà:

$$W = -\Delta U = -(U_{fin} - U_{ini}) = U_{ini} - U_{fin}$$
$$W = 0 - M g_0 h = -M g_0 R_T = -3{,}14 \cdot 10^9\ J$$

c. **Quina és la velocitat mínima amb què s'ha de llançar el cos cap amunt perquè arribi a aquesta altura $(h = R_T)$?**

Per calcular la velocitat mínima amb la qual hem de llançar el cos cap amunt per que arribi a una certa altura, plantejarem la conservació de l'energia mecànica.

$$\frac{1}{2} M v^2 - G\frac{M_T \cdot M}{R_T} = 0 - G\frac{M_T \cdot M}{2R_T}$$
$$\frac{1}{2} M v^2 = G\frac{M_T \cdot M}{2R_T} = 1{,}56 \cdot 10^9$$
$$v = 7900\,m/s$$

Però si fem la simplificació de l'apartat **b**, es a dir, amb el valor de la gravetat constant, tota l'energia cinètica inicial $(h = 0)$ es transformarà en energia potencial quan arribi al punt més alt $(h = R_T)$.

$$\frac{1}{2} M v^2 + 0 = 0 + M g_0 R_T$$
$$v = \sqrt{2 g_0 R_T} = 11200\,m/s$$

i el resultat, evidentment, és diferent.

1. Si les relacions aproximades entre les masses i els radis de la Terra i la Lluna són, respectivament, M_T=81 M_L i R_T=3.7 R_L:
   a) Quant valdrà l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna? Considereu g=9.8m/s^2.
   b) A quina altura sobre la superfície de la Lluna l'energia potencial gravitatòria d'un cos de massa m és la quarta part del seu valor a la superfície?
   Dada: R_L=1740m
   Nota: No considereu els efectes de l'atracció gravitatòria terrestre.
2. Un satèl·lit artificial de massa 2.000 kg està en òrbita circular al voltant de la Terra a un altura de $3{,}6\cdot10^6$ m sobre la superfície terrestre. Determineu:
   a) La relació entre la intensitat del camp gravitatori g a aquesta altura i el seu valor a la superfície de la Terra.
   b) Representeu la força que actua sobre el satèl·lit i calculeu-ne el mòdul. Sobre quin cos actuaria la força de reacció corresponent?
   c) Quant valdrà la velocitat del satèl·lit?
   Dades: R_T = 6.400 km; M_T = 6·1024 kg; G = $6{,}7\cdot10^{-11}$ $Nm^{-2}kg^{-2}$
3. Un satèl·lit artificial de 150 kg. de massa descriu una trajectòria circular a una distància de 600 km. sobre la superfície de la Terra amb una velocitat de mòdul constant igual a 7 600 m/s. Si el radi de la Terra és de 6 400 km.:
   a) Determina el valor del producte G · M_T, on G és la constant de la gravitació universal y MT la massa de la Terra.
   b) Determina el període i l'energia total de la òrbita al voltant de la Terra.

R: $4{,}04 \cdot 10^{14}$ N. m, 5787s, - $4{,}32 \cdot 10^9$ J

SELECTIVITAT COU FÍSICA JUNY 98, CATALUÑYA